

## 3年 数学 飛び出す平面図形 ～イメージハンブを描いてみよう～（図形と相似）

### 1 単元構想文

#### 単元目標

- ・立体に見える平面図形の作図を通して、平面図形の相似の意味や、相似比について理解することができる  
(知識・技能)
- ・立体に見える平面図形を描く場面で作図の中で相似な図形の性質を見出したり、線分の長さを求めるために活用したりすることができる  
(思考・判断・表現)
- ・立体に見える平面図形の描き方について試行錯誤を繰り返しながら粘り強く考え、生活の中にある図形を辺の長さの比や角度などの数学的な視点で見つめようとする  
(主体的に学習に取り組む態度)

#### 単元について（下線：主なてだて）

本学級の生徒は、道徳で幻想的な自然の風景を見たり、数学の二次方程式で解の公式の利便性に触れたりしたときに、素直に感動したり、驚いたりすることができた。物事に感銘を受けたり、未知なる物や不思議なものと遭遇したことを楽しんだりする豊かな感性をもっている生徒が多い。しかし、それらとの出会いに対して、おもしろいと感じることに留まり、「どうしてそうなるのだろう」「不思議の秘密は何だろう」と考え、追究しようとする生徒は少ない。そこで、生徒の豊かな感性を生かし、「やってみたい」「解き明かしたい」という知的好奇心を引き出し、更に問いをもたせ、数学的に事象を追究させたいと考えた。また、生徒たちは、小学校6年生のときに、拡大と縮小という単元で相似に関する内容に触れている。小学校での学習を更に深めるこの単元で、追究活動を行う経験を通して、生活の中にある不思議な事象を数学的な視点で見つめることができる生徒を育てたいと願い、本単元に取り組むことにした。

本単元では、「図形と相似」の学習内容の一部を、狭い道路等に描かれた視覚効果による凸状の模様（イメージハンブ）を自分たちで描く活動を通して学ぶ。立体に見える平面図形を描くためには、描きたい立体を側面から見た立面図と真上から見た平面図で捉えることが必要である。これには、中学1年生で学習する投影図の考え方を応用することができる。更に、視点から立体の頂点を通り、その先の地面までを直線で結び、立面図・平面図ともに相似な三角形を作図することも必要となる。したがって、追究過程で、相似な図形と自然に出会い、その特徴を学び取っていくことができる。また、単元を通して、イメージハンブを描くことを目標にすすめることで、生徒にとって生活に関わりのあるものとして、興味をもって取り組むことができると考える。錯視という不思議な事象と出会うことで、豊かな感性をもつ生徒のよさを生かしつつ、「自分も描いてみたい」「どうしたら描けるだろう」と問いをもって、不思議な事象を数学的な視点で追究していく。このように、本教材は、問いをもって追究をしたり、追究の中で自然と相似について学び取ったりするのにふさわしい単元だと言える。

単元をすすめるにあたって、見いだす段階では、総合的な学習で生徒が作製したSDGsフォトコンテストの作品を提示する。二川の安全をみぞす作品を見て、生徒は二川の交通事情の実態や、改善策について考え始める。呼びかけをすることや、ポスターを制作するなど、さまざまな意見が出ることが予想される。その中から、車のスピードを抑制する方法として、ハンブやイメージハンブを取り入れてはどうかといった意見が出てくるだろう。実際に豊橋市にあるイメージハンブをインターネット上の画像マップで見たり、立体錯視を利用したトリックアートなどを鑑賞したりすることで、生徒は立体に見える平面図形に興味を示す。地域の交通事情という必然性とアートという作品への興味の高まりから、立体に見える平面図形を描いてみたいと思うだろう。そこで、立方体に見える平面図形を描く場を設定する。生徒は、うまく描くことができずに、困り感を抱く。そして、生徒は「立体に見えるようにするには、どう描けばいいのか」という問題を見いだす。解き明かす段階では、実物の立体を置いて、それを平面図におこす活動を取り入れる。生徒は実物（立方体）を手がかりに、どんな平面図になるのか考え始める。今見えている頂点は、平面でいうとどこにくるのかを考えることで、視点・立体の頂点・平面図の頂点を直線で結ぶと平面図形が描けることに気づく。また、視点を固定する必要にも気づく。作図する中で、もっと簡単に正確に描く方法はないか考えることで、視点と頂点を紐で結んだり、その様子をタブレットで撮影したりする。真上からの視点の作図の視覚的な支援のために、教師がドローンを使って撮影を行う。そして、ノートへ縮図を描いたり、写真に説明を書き込んだりして考えを明確化する。実物から平面図が描けるようになったら、次は実物がない場面での作図に挑戦する。生徒は、実物があったときのデータをもとに作図の仕組みについて考える必要性に迫られる。再び実物から作図する場面に戻り、紐の長さの関係を調べたり、角度について調べたりする。それらの作図の過程や分析をもとに意見を交流する。かかわり合いの場面では、相似や相似比の関係を利用すればよいことに気づいている生徒に発言を促し、その意見を自分の意見に反映させるように示唆する。すると、相似な図形を利用して、図面の中に相似比を見いだせば、より正確な設計図が描けることに気づく。動きだす段階では、実際に二川中の廊下や駐車場にイメージハンブを作製する活動を取り入れる。生徒は今までの学習を活用し、視点を確定し、相似や辺の長さの比の関係を利用して、設計図を作製し、廊下に設置するシートを作製したり、駐車場に描いたりする。身近な場所で実践することにより、その有効性を感じた生徒は、二川がより安全な街になるようにという願いから、イメージハンブの有効性を地域の自治会や、市の警察署に提案したいと考える。このように、実際に自分の生活に関わる場面において数学的な視点をを用いて活動を行うことで、本単元のみならず、他の生活の中で触れる図形も数学的な視点で捉えることができる生徒に育てたい。

## 2 単元構想図

### 単元前の生徒の姿

不思議なことに出会ったときや、数学の利便性に触れたときに感動する心はあるが、それらの仕組みを疑問に思う生徒は少ない。生活の中で触れる図形を数学的な視点で見つめることができる生徒は少ない

### 身につけさせたい3つの力

- ・二川の交通事情からイメージハンブに興味をもち、どうすれば立体に見える平面図形を自分でも描けるのか問いをもつことができる (問いを生む力)
- ・実物の視写や、実物がない状態で図面を考える活動を通して、相似や辺の長さの比の関係と結びつけて考え、立体に見える平面図形の描き方を追究することができる (考えを深める力)
- ・実際に路面にイメージハンブを描く活動や、廊下に設置するシートを作製する活動を通して、生活の中には相似や辺の長さの比の関係が活用されているという視点で物事を見つめようとする (学びを行動に移す力)

難	生徒の思い・考え	力を高めるためので
見 い だ す 段 階	<p>二川の交通事情は改善できないのかな ①②A</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・旧道は狭くて、車もよく通る</li> <li>・二川の町だけじゃなくて、学校の廊下を走って暴走している人もいる</li> <li>・車のスピードを抑制したい</li> <li>・注意喚起する方法(工夫)はないかな</li> <li>・イメージハンブがあるよ</li> <li>・南ジャスのトリックアートで飛び出す絵を見たよ</li> <li>・駅の案内表示にも立体に見える看板があるよ</li> <li>・サッカーのピッチの広告もそうだよ</li> <li>・描いているところをネットで見たことあるよ</li> <li>・旧道や学校の廊下にイメージハンブを描いて、注意喚起しよう</li> </ul>	<p>A:(浸り場:問いを生む力) イメージハンブに着目させるために、総合で実施したSDGsフォトコンテストの作品を提示し、二川校区的交通事情について考える場を設定する</p> <p>B:(着火:問いを生む力) うまく描けない体験をすることで、困り感をもたせて、立体に見えるように描きたいという目標をもたせるために、実際に描く活動を行う</p>
	<p>実際にイメージハンブを描いてみたい ③B</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ゆがんでしまう</li> <li>・全然立体的に見えない</li> <li>・どうしたら、もっと立体的に見えるんだろう</li> </ul>	
解 き 明 か す 段 階	<p>【問題】立体が浮き出ているように見せるには、どう描けばいいのかな ④⑤⑥⑦C</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・写真をとってそれをそのまま描けば描けそう</li> <li>・立体の頂点から真っすぐ進んだ地面に点を取れば描ける</li> <li>・見る高さや位置を固定しよう</li> <li>・イメージハンブの三角柱も描きたいな</li> <li>・実物があれば描けるね、実物がなくても描けるかな</li> </ul>	<p>C:(浸り場:考えを深める力) 実際に描く活動を通して追究を深められるように、実物から平面図を描く段階、実物なしで設計図を描く段階を設定する</p> <p>D:(着火:考えを深める力) 設計図を正確に描くためには、相似や相似比の関係を利用すればよいと気づけるように、その考えに気づいている生徒に発言を促し、自分の考えに反映させるように示唆する</p>
	<p>実物がない状態でも描けるかな。実物があつたときの描き方を手がかりに、設計図の描き方を考えてみたい ⑧⑨⑩⑪⑫CD</p> <p>〈作図のみ〉 ・真上からと真横からの図を組み合わせて考えれば描けるよ</p> <p>〈比の関係を使っている〉 ・視点の高さ150cmで、立体までの距離1mなら、視点から頂点までと視点から平面の点までが2:3になる。 ・△ABCの△DECになる。 相似比は、3:1だ</p> <p>〈模型から考える〉 ・模型から描いた図を何倍かすればいいよね</p> <p>△ABC ∽ △DEC AB:DE = 3:1 BC:EC = 3:1 BE:EC = 2:1 BE = 150 EC = 75</p>	
動 き だ す 段 階	<p>相似の関係を使えば、実物がなくても描けることがわかったよ。 実際に二川中の廊下や駐車場にイメージハンブを描いてみたい ⑬⑭E</p>	<p>E:(浸り場:学びを行動に移す力) 生活の中に相似比や平行線と線分の比が活用されていることを体感するために、実際に生活の中で活用できる作品を製作する場を設定する</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・3年生の平均身長から視点を決めよう</li> <li>・廊下を走る人のために、・・・</li> <li>・運転手の視点は130cmくらいかな</li> <li>・駐車場に描いたイメージハンブが旧道にのメッセージのイメージハンブシートを も設置できないかな。交通安全協会に提案しよう</li> <li>・意識したことがなかったけど、生活の中にあるものを角度や長さに注目して考える</li> <li>・いろいろな図形の特徴につながっておもしろいね</li> </ul>	

### 未来を創造しようと動き出す生徒の姿

立体に見える平面図形を描きたいと追究活動に意欲的に取り組み、辺の長さや角度などの数学的な視点で問題を見つめることができる。また、イメージハンブを作製する活動を通して、図形を数学的な視点で捉え、生活を豊かにしていこうとする

### 3 見いだす段階のてだて(浸り場・着火)と生徒 a の問題意識の高まりについて

#### 単元前の生徒 a の姿

- ・不思議なことに出会ったときや、数学の利便性に触れたときに関心を示すことはあるが、それらの仕組みを疑問に思い追究しようとする姿は少ない
- ・生活の中で出会う事象を数学的に捉えることは少なく、図形においても同じである

導入では、総合的な学習の時間に生徒が作製した SDGs フォトコンテストの作品を提示した(てだてA: 浸り場)。生徒 a は授業日記に「二川の危険な場所は考えてみると、結構たくさんあって注意しなければならない」「自分たちができるイメージハンブやトリックアートがあることがわかった」と記述した。生徒 a は、二川の交通事情からイメージハンブを描く必要性を感じ、自分たちで描いてみたいと興味をもった。また、飛び出す平面図形に興味をもち始めた生徒に、教師はうまく描けないという困り感をもたせるために、実際に描く場面を設定した(てだてB: 着火)。生徒 a は同じグループの生徒と星形が飛び出す平面図形の作図に取りかかった。美術で学んだ一点透視図法を用いて作図すると、立体的に見える位置と見えない位置があることに気づいた。生徒 a は、授業日記に「きれいに立体が描けても、遠くから見ると立体的に見えなかったりしたので、どうやったら立体的になるか工夫してみたい」と記述し、問いをもつことができた。話し合いを通して、学級全体で「立体が浮き出ているように見せるには、どう描けばいいのか」と問題を設定した。てだてAで問題解決への必要感を高め、てだてBを通して困り感をもたせることで、生徒 a の問題意識を高めることができた。

### 4 解き明かす段階の2つのてだて(浸り場・着火)の検証

#### (1) 浸り場のてだてについて

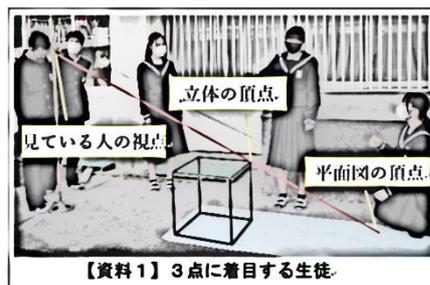
#### 見いだす段階での生徒 a の姿

- ・二川の交通事情に危機感をもち、イメージハンブを描きたいと思っている
- ・「どう描けば立体的に見えるのか」という問いをもっている

#### てだてC (浸り場: 考えを深める力)

- ・実際に描く活動を通して追究を深められるように、実物から平面図を描く段階、実物なしで設計図を描く段階を設定する

「立体が浮き出ているように見せるには、どう描けばいいのか」という共通の問題をもった生徒は、まずは簡単な立体から描いて、立体に見える仕組みを探ろうと追究を始めた。そこで、立方体の木枠を用意し、この木枠と同じように見える図形を描く場を設定した(てだてC: 浸り場)。第4時に生徒 a は、友達と協力して平面図を作図したが、立体に見えるように描くことができなかった。生徒 a は授業日記に、「立体的に見えなかったです。見る角度によっては立体的に見えそうところもあったので、見る場所を考えてやってみたい」と記述した。実物を用いて試行錯誤する中で、生徒 a が自分なりに気づき、考えを構築している姿があった。その後、試行錯誤を繰り返して、第7時には個人追究で気づいたことの見聞交流を行った。交流の中では、生徒 a と同じように見る角度に着目し、見ている人の目と立体の頂点、平面図の頂点の3点が一直線上になることに気づいた生徒の意見が出たり、太陽光を光源とした影を用いて作図したという意見が出たりした【資料1】。太陽を光源とした生徒の意見には、太陽に人がいて、そこから見ないと立体に見えないという問題が指摘され、更に工夫が必要であることが話し合われた。これらの見聞交流を通して、生徒 a は、「見たままに描くと立体に見えました。だけど、なぜ立体に見えるのかわからないので、次回考えたい」と作図方法をまとめ、その仕組みを解き明かそうとする意欲を高めた。



第8時から、実物なしで実際に道路に描くイメージハンブの設計図を描くことを目標に追究を進めた(てだてC: 浸り場)。生徒 a は、前時までの気づきから同じ図形がいくつかあることに着目していた。そして、それらが相似の関係にあるのではないかと予想し、さらに追究し始めた。三角柱のイメージハンブを描く前に、実物の立方体から描いた平面図を参考に相似を探した。そして、「相似な図形は、下の面と上の面でした。相似比は5:7だったけど、相似がトリックアートにどんな関係があるのかわからないので考えてみたい」と記述しており、相似が関わっていることに気づき始めた【資料2】。以上のことから、実物から設計図へと追究を進めたてだてCは段階的に追究を深めるために有効であったと言える。

相似な図形は、下の面と上の面でした。相似比は5:7だったけど、相似がトリックアートにどんな関係があるのかわからないので、考えてみたいです。さらに影を決めた視点の方向から見ると、またつまたいふけになりました。

【資料2】 生徒 a の授業日記 (第8時)

## (2) 着火のてだてについて

### 教材に浸った生徒 a の姿

- ・視点に着目し、見たままを平面に描けば立体になることに気づいた
- ・立体的に見える平面図形に相似がかかっていると予想したが、どのようにかかっているか明確になっていない

### てだて D (着火:考えを深める力)

- ・設計図を正確に描くためには、相似や相似比の関係を利用すればよいと気づけるように、その考えに気づいている生徒に発言を促し、自分の考えに反映させるように示唆する



第 11 時には、立体が浮き出ているように見せるには、どう描けばいいのかについて、グループで追究してきたことを話し合った。まず、実物ほど大きな立体を使わなくても、模型を使っておおよその形がわかれば、それを数倍すれば作図できるという考えが出された。その意見から、立方体のときのように奥へ行くほど平面図の幅が広がるのか、狭くなるのかといった疑問が生じた。模型を使っておおよその形を予想したグループからは、誤差が生じていることや、三角柱の底面は立体の頂点と平面図の頂点が重なることから、三角柱の底面の四角形は手前の線と奥の線の長さは等しいと結論づけた。

生徒 a のグループは、三角柱の底面の四角形が長方形であることに気づいたことと、相似が関わっていきそうだが、それ以上はわからなかったことを発言した。そこで、教師は、相似がどのようにかかっているのか気づいている生徒 b のグループを指名した (てだて D : 着火)。すると、どのグループも自分たちの追究について、相似がかかっているか考え始める姿が見られた。

生徒 a は、同じグループの生徒に「描いた図形じゃなくて、人が見ている横からの図を描いたときに相似の図形が出てくるんだよ」と生徒 b の発言から理解したことを他の生徒に伝えていた【資料 3】。授業日記には、「生徒 b さんの班の相似の意見がすごかったなと思いました。図形の中に相似があることはなんとなくわかっていただけ、ここまでではわからなかったの、この意見をもとにイメージハンブをかきたい」と記述した。自分の気づきの不明確な部分を、他者の意見を参考に明確化したと考えられる【資料 4】。よって、てだて D は、相似の関係を明確化するために有効だったと言える。しかし、図形を浮き出で見せるために正確に描くこととの繋がりは薄かった。第 12 時に相似を活用して正確に設計図を描き、模型を使って描いた図と比較したことで、立体が浮き出で見えることを確認した。

生徒 b : 横から見た図を描くと、視点と立体の頂点を結んだ先に、平面の頂点がきます。この図の中には、相似な図形があって、 $\triangle ACB$  の  $\triangle DCE$  です。どうして、これが相似になるのかを証明すると・・・

生徒 a : (グループでの会話)  
わかった。わかった。描いた図形じゃなくて、人が見ている横からの図を描いたときに相似の図形が出てくるんだよ。だから、設計図の中からじゃないんだよ。

教師 : なにに。なんかグループで話し始めたけど、何について話してるの？

生徒 c : (グループでの会話)  
そこだけじゃなくて、こっちも相似じゃない？

教師 : 自分たちの考え方の中から相似を探している子がいるみたいだね。生徒 b さんが言った相似な図形以外にも、あるみたいだよ。探してみようか。

【資料 3】問題「立体が浮き出ているように見せるには、どう描けばいいのか」についての話し合い (第 11 時)

生徒 b さんの班の相似の意見がすごかったなと思いました。図形の中に相似があるのはなんとなくわかっていただけ、ここまでではわからなかったの、この意見をもとにイメージハンブをかきたいです。

【資料 4】生徒 a の授業日記 (第 11 時)

## 5 動きだす段階のてだて(浸り場)と未来を創造しようと動きだす生徒の姿について

単元の終末に、生活の中に相似比や平行線と線分の比が活用されていることを体感するために、実際に自分たちが描いた設計図をもとに中学校の駐車場にイメージハンブを描く場を設定した (てだて E : 浸り場)【資料 5】。生徒 a は、「ちゃんと立体的に見えるように正確にイメージハンブを描きたい」と実際に描くことに意欲を見せた。また、授業日記には、「ふだん、見ているものの中に相似が関係しているなんてことは考えたこともなかったけど、こうやって勉強したことが生かされていることがわかりました。他にも、相似がかかっているものがあるのかな」と数学的な視点で身のまわりの事象に目を向けており、単元を通して生徒 a が新たな視点を得て、学びを生活に生かそうとする姿が見られた。



【資料 5】駐車場に描いたイメージハンブ

### 未来を創造しようと動きだす生徒 a の姿

- ・「イメージハンブを正確に描きたい。ふだん、見ているものの中に相似が関係していた。数学で勉強したことが生活に生かされている場面がある。」と見識を広げることができた